

## Kombinatorik



2h 1h

### Zielgruppe

- Klassenstufe 3 und 4
- sichere Kenntnisse der Grundrechenarten mind. im Raum bis 100 (v. a. Kleines Einmal-eins), evtl. Vorkenntnisse zum Baumdiagramm
- Vorerfahrungen zur Kooperation in Partnerarbeiten

### Inhalt des Beitrags „Was mit wem wie oft?“

- Kombinatorik: Möglichkeiten für die Zusammenstellung von Objekten
  - Kleidungskombinationen aus T-Shirts, Hosen, Jacken
  - Bauen von Legosteintürmen
  - weitere Beispiele (Zahlenschloss, Eissorten)



### Lernziele

- Die Kinder können mithilfe von entsprechendem Material durch Knobeln und Probieren verschiedene Zusammenstellungen von Elementen finden und ihre Ergebnisse auf ikonischer oder symbolischer Ebene darstellen, indem sie ...
  - ... Kleidungsstücke (Hosen, T-Shirts, Jacken) miteinander zu Outfits kombinieren.
  - ... aus drei verschiedenfarbigen Legosteinen Türme bauen.
- Sie können systematische Vorgehensweisen nutzen und Strategien zum Finden aller Möglichkeiten nachvollziehen, indem sie ...
  - ... die gefundenen Zusammenstellungen in ein Baumdiagramm eintragen und hieraus rechnerische Lösungen ableiten (Produktregel).

### Inhaltsfelder

- Zahl(en) und Operation(en)
- Muster und Strukturen

### Geförderte allgemeine mathematische Kompetenzen

- Problemlösen
- Darstellen
- Argumentieren

### Geförderte überfachliche Kompetenzen

- Lernkompetenz, v. a. Medienkompetenz
- Sprachkompetenz, v. a. Kommunikationskompetenz
- Sozialkompetenz

## Sachanalyse des Themas „Kombinatorik“

### **Kombinatorik als Theorie endlicher Mengen**

Bei der Kombinatorik, die auch als „Kunst des geschickten Abzählens“ bezeichnet wird, handelt es sich um ein mathematisches Teilgebiet, das sich von anderen Bereichen der Mathematik nur schwer abgrenzen lässt (vgl. Neubert 2019a, 7). Sie wird in der Fachdidaktik meist nicht als gesondertes Stoffgebiet, sondern vielmehr als Unterrichtsprinzip verstanden, da kombinatorische Aufgaben in verschiedenen mathematischen Zusammenhängen, aber auch fächerübergreifend bearbeitet werden können (vgl. Neubert 2019c, 37).

Kombinatorische Problemstellungen zeichnen sich dadurch aus, dass bestimmte Objekte entweder angeordnet oder ausgewählt werden, wobei zwei Leitfragen maßgeblich sind:

*Welche Möglichkeiten gibt es, Elemente einer endlichen Menge auszuwählen oder anzuordnen? Wie viele Möglichkeiten gibt es hierfür insgesamt* (vgl. Neubert 2019a, 7)?

### **Produktregel**

Prinzipiell kann zum Lösen kombinatorischer Problemstellungen die Produktregel, auch allgemeines Zählprinzip genannt, herangezogen werden. Die Ermittlung aller möglichen Zusammenstellungen wird hierbei auf verschiedenen Stufen vollzogen, wobei jeweils nach der Anzahl der Entscheidungsmöglichkeiten auf jeder Stufe gefragt und diese schließlich miteinander multipliziert werden (vgl. Neubert 2019a, 9).

Die Formel lautet dementsprechend  $a = n_1 * n_2 * n_3 \dots * n_m$ .

Im Radiobeitrag „Was mit wem wie oft?“ wird die Produktregel am Beispiel der Zusammenstellung verschiedener Kleidungsstücke behandelt, wobei auf der ersten Stufe drei Hosen und auf der zweiten vier T-Shirts zur Auswahl stehen. Später stehen zusätzlich zwei Jacken zur Verfügung, wodurch sich die Anzahl der möglichen Zusammenstellungen verdoppelt.

Ein Baumdiagramm kann zur Veranschaulichung der einzelnen Entscheidungsschritte dienen (vgl. Schipper 2009, 278).

### **Kombinatorische Figuren**

Der Lösungsprozess mithilfe der Produktregel ist prinzipiell bei allen kombinatorischen Aufgaben möglich, erweist sich in manchen Kontexten allerdings als aufwendig. Daher unterscheidet man sog. kombinatorische Figuren bzw. Grundaufgaben, zu deren Lösung sich jeweils bestimmte Formeln heranziehen lassen (vgl. Neubert 2019a, 10).

#### *Permutation ohne Wiederholung*

Bei einer Permutation ohne Wiederholung gilt es, sämtliche mögliche Anordnungen zu finden, die sich aus allen Elementen einer endlichen Menge bilden lassen. Dabei darf kein Element mehrfach verwendet werden (vgl. Schipper 2009, 279).

Eine rechnerische Bestimmung aller Zusammenstellungen ermöglicht die Formel  $a = n!$ , die sich aus der Produktregel ableiten lässt, indem wiederum auf jeder Entscheidungsstufe nach der Anzahl der zur Verfügung stehenden Elemente gefragt wird.

Diese Entscheidungsschritte lassen sich wiederum in einem Baumdiagramm veranschaulichen.

## Didaktische Analyse des Themas „Kombinatorik“

Generell verfügen Kinder im Grundschulalter über intuitive Vorkenntnisse im Bereich der Kombinatorik, die sich allerdings meist auf unsystematische Vorgehensweisen wie Probieren und Abzählen beschränken, wodurch zunächst nur einzelne Möglichkeiten gefunden werden können. Im Laufe des Unterrichts kann daran anknüpfend eine Hinführung zu systematischen und stabilen Strategien erfolgen, die das Finden aller möglichen Lösungen erlauben, bis die Kinder schließlich auch zur rechnerischen Lösung in der Lage sind (vgl. Neubert 2019b, 20).

Vorteilhaft ist bei der Thematisierung im Unterricht prinzipiell eine gewisse Vertrautheit mit kombinatorischen Problemstellungen sowie Vorkenntnisse etwa in Bezug auf systematische Darstellungsweisen wie das Baumdiagramm.

Um Motivation und Interesse zu wecken, sollten kombinatorische Aufgaben im Rahmen von lebensnahen Situationen behandelt werden, aus denen entsprechende Fragestellungen mit Lebensweltbezug abgeleitet werden (vgl. Neubert 2019b, 22, 33). Sowohl die Kleidungszusammenstellung als auch der Bau von Türmen bilden daher kleine Rahmengeschichten, mithilfe derer die Problemstellungen in einen emotional ansprechenden Kontext eingebettet werden, der die Kinder zum Knobeln herausfordert.

Im Rahmen des Grundschulunterrichts erfolgt die Lösung kombinatorischer Fragestellungen zunächst durch Knobeln und Abzählen, wobei verschiedene Vorgehensweisen und Darstellungsmöglichkeiten denkbar sind. Die Kinder können sich hierbei auf verschiedenen Repräsentationsebenen bewegen; bei der Dokumentation der gefundenen Möglichkeiten kann den Kindern die Darstellung freigestellt werden, sodass auch ein Übergang auf ikonische oder symbolische Ebene möglich ist (Verwendung von Bildern oder Buchstaben). Am Ende sollte eine systematische Darstellung aller sechs Möglichkeiten sowie die Ermittlung einer günstigen Strategie gemeinsam besprochen werden.

Prinzipiell sollte den Kindern bei der Bearbeitung kombinatorischer Aufgaben zunächst Freiraum zum eigenständigen Erkunden und Probieren gelassen werden, um anschließend auf systematische Strategien hinzuführen. In Einzelarbeitsphasen ermittelte Möglichkeiten können daher etwa zunächst mit einem Partner verglichen werden, bevor gemeinsam alle möglichen Lösungen besprochen und übersichtlich dargestellt werden (vgl. Schipper 2009, 281).

Nach dem Einstieg über die Zusammenstellung von Objekten mithilfe des allgemeinen Zählprinzips (Produktregel) bietet es sich an, die hierbei gesammelten Erkenntnisse auf die Grundform der Permutation ohne Wiederholung zu übertragen.

Möglichkeiten zur Differenzierung liegen bereits in kombinatorischen Aufgaben selbst begründet, da die Kinder hierbei selbstbestimmt auf individuellem Niveau arbeiten können, indem sie etwa eigene Strategien entwickeln, verschiedene Lösungswege finden oder unterschiedliche Darstellungsformen nutzen. Aus diesem Grund sollte den Lernenden stets die Möglichkeit offenstehen, eigenverantwortlich einen Wechsel der Repräsentationsebene zu vollziehen (vgl. Neubert 2019c, 54f.).

## Unterrichtsablauf der ersten Sequenz

2h

Die Schüler\*innen ...

- können durch enaktives Ausprobieren Zusammenstellungen von Objekten finden, indem sie Kleidungsstücke miteinander zu Outfits kombinieren.
- können die gefundenen Zusammenstellungen auf ikonischer oder symbolischer Ebene darstellen.
- können systematische Vorgehensweisen nachvollziehen, indem sie ihre Ergebnisse in ein Baumdiagramm eintragen und daraus die rechnerische Lösung erschließen.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
5 Minuten / Begrüßung und Einführung	Nach der Begrüßung wird den Kindern ein Überblick über den Ablauf der Einheit gegeben: Ankündigung, dass die Kinder als „Kombinatorik-Detektive“ tätig werden → Was bedeutet eigentlich, etwas zu kombinieren? Wie geht man dabei vor?	L-Vortrag, Plenum  <b>Knobelheft</b> (Seite 1)
15 Minuten / Einstieg	<b>Radiobeitrag „Was mit wem wie oft?“ (00:00-00:58 Min)</b> abspielen, die Kinder hören zu. <i>Inhalt des Radiobeitrags:</i> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Überlegungen eines Kindes zur Zusammenstellung eines Outfits angesichts der Kleidungsauswahl im Kleiderschrank (3 Hosen, 4 T-Shirts, 2 Jacken)</li> <li>- „Wer die Wahl hat, hat die Qual“: Steigerung der Möglichkeiten, wenn man das, was zur Auswahl steht, miteinander kombiniert</li> </ul> Der Ausschnitt aus dem Radiobeitrag wird reflektiert, Unklarheiten werden ausgeräumt und die Vermutungen der Kinder besprochen. Folgende Fragen können gestellt werden: <ul style="list-style-type: none"> <li>- „Worum geht es in dem Radiobeitrag?“</li> <li>- „Hattet ihr das Problem auch schon mal?“</li> <li>- „Habt ihr eine Idee, wie viele verschiedene Möglichkeiten es gibt?“</li> </ul> Zur Veranschaulichung tragen die Kinder Abbildungen der Kleidungsstücke in ihrem Knobelheft ein. Die Problemstellung wird anschließend auch auf einem Plakat bildlich dargestellt.	L-S-Gespräch, Plenum  <b>Lernplakat 1</b> (Produktregel & Baumdiagramm)  <b>Knobelheft</b> (Seite 2)  Audio Radiobeitrag

### Methodisch- didaktischer Kommentar

Um Transparenz zu schaffen, werden zu Beginn zentrale Begriffe bzw. Leitfragen, die im Folgenden erarbeitet werden sollen, anhand der ersten Seite im Knobelheft aufgezeigt.

Der gemeinsam angehörte Ausschnitt des Radiobeitrags dient vor diesem Hintergrund als Impuls, um die Neugier der Kinder und ihr Interesse an der Fragestellung zu wecken.

Um sicherzustellen, dass die Bedingungen der Problemstellung richtig verstanden wurden, notieren die Kinder die im Audio-Beitrag genannten Kleidungsstücke in ihrem Knobelheft. Falls nötig, können sie darauf hingewiesen werden, dass es wichtig ist, sowohl auf die Anzahl als auch auf die Farbe zu achten.

15 Minuten / Arbeitsphase I	Die Kinder finden mögliche Zusammenstellungen, indem sie Kleidungsstücke (bzw. Abbildungen davon) miteinander kombinieren und die so gefundenen Möglichkeiten in ihrem Knobelheft notieren. Die Art der Darstellung ist ihnen dabei freigestellt.	SuS-Aktivität, Partnerarbeit
10 Minuten / Besprechung	Die Ergebnisse aus der Arbeitsphase werden gemeinsam gesammelt und in einer Tabelle festgehalten. Die Kinder können hierbei ggf. erste Strategien formulieren bzw. ihr Vorgehen bei der Zusammenstellung von Möglichkeiten erläutern. Unter Bezugnahme auf die Anfangsvermutungen wird die Frage aufgeworfen, ob alle Möglichkeiten gefunden wurden.	L-S-Gespräch, Plenum <b>Knobelheft</b> (Seite 4)
10 Minuten / Sicherung I	<b>Radiobeitrag „Was mit wem wie oft?“ (00:58-01:43 Min)</b> abspielen, die Kinder hören zu. <i>Inhalt des Radiobeitrags:</i> - <i>rechnerische Ermittlung aller möglichen Zusammenstellungen von 3 Hosen und 4 T-Shirts</i> Auf Grundlage der Erklärungen im Radiobeitrag werden alle möglichen Zusammenstellungen der Hosen und T-Shirts auf dem Lernplakat mithilfe eines Baumdiagramms dargestellt und mit den selbst gefundenen Möglichkeiten abgeglichen. Die rechnerische Lösung mittels der Produktregel wird anhand der Herleitung im Radiobeitrag schrittweise nachvollzogen, ebenfalls auf dem Plakat festgehalten und besprochen.	L-S-Gespräch, Plenum <b>Lernplakat 1</b> (Produktregel & Baumdiagramm) <b>Knobelheft</b> (Seite 5) Audio Radiobeitrag
PAUSE		

### Methodisch- didaktischer Kommentar

Indem sie selbstständig bestimmte Elemente anordnen, erhalten die Kinder auf spielerisch-experimentelle Weise einen ersten Zugang zu kombinatorischen Tätigkeiten. Den Kindern wird Freiraum gelassen, durch konkretes Handeln, also zunächst auf enaktiver Ebene, mögliche Lösungen zu ermitteln. Bei der Darstellung ihrer Zusammenstellungen ist es ihnen überlassen, auch schon auf ikonische oder symbolische Ebene zu wechseln, sodass die Kinder auf jeweils individuellem Niveau arbeiten können.

Um einen Überblick über die bereits gefundenen Möglichkeiten zu erhalten, wird gemeinsam eine Tabelle erstellt.

Nach dem Anhören der Audio-Sequenz gilt es, hieraus Informationen zur rechnerischen Ermittlung aller Möglichkeiten zu ziehen.

Dazu wird schrittweise (ausgehend von der blauen Hose etc.) auf dem Lernplakat ein Baumdiagramm erstellt, das die Kinder zur Sicherung in ihr Knobelheft übertragen.

Die rechnerische Lösung wird anhand des Diagramms hergeleitet.

15 Minuten / Anwendung und Transfer	<p>Die Kinder finden weitere Beispiele für kombinatorische Aufgaben im Alltag, bevor zum Fahrradschloss übergeleitet wird.</p> <p><b>Radiobeitrag „Was mit wem wie oft?“ (07:00-07:40 Min)</b> abspielen, die Kinder hören zu. <i>Inhalt des Radiobeitrags:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>rechnerische Ermittlung aller möglichen Kombinationen eines 3-stelligen Zahlenschlosses</i></li> </ul> <p>Das Gehörte wird reflektiert und auf dem Lernplakat – analog zu der Darstellung der Kleidungskombination – ergänzt (zweites Baumdiagramm daneben). Anschließend wird das Vorgehen der beiden Kinder im Radiobeitrag auf die Problemstellung der Kleidungszusammenstellung mit Hosen, T-Shirts und Jacken übertragen und deren Lösung rechnerisch bestimmt.</p>	<p>L-S-Gespräch, Plenum</p> <hr/> <p><b>Lernplakat 1 – Erweiterung</b> (Produktregel &amp; Baumdiagramm)</p> <p><b>Knobelheft</b> (Seite 5)</p> <p>Audio Radiobeitrag</p> <p>Sonstiges: Zahlenschloss</p>
10 Minuten / Sicherung II	<p><b>Radiobeitrag „Was mit wem wie oft?“ (01:43-02:13 Min)</b> abspielen, die Kinder hören zu. <i>Inhalt des Radiobeitrags:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Definition des Begriffs Kombinatorik und Leitfragen zu kombinatorischen Problemstellungen</i></li> <li>- <i>„Kombinatorik begegnet uns ständig.“</i></li> </ul> <p>Auf Grundlage des Gehörten werden die zu Beginn aufgeworfenen Fragen (Was ist Kombinatorik? Was bedeutet kombinieren? Welche Fragen benutzen „Kombinative“?) beantwortet und auf dem Lernplakat vom Beginn festgehalten.</p>	<p>L-S-Gespräch, Plenum</p> <hr/> <p><b>Knobelheft</b> (Seite 1)</p> <p>Audio Radiobeitrag</p>
5 Minuten / Abschluss	<p>Zum Abschluss wird ein Ausblick auf die nächste Stunde gegeben (Bauen mit Legosteinen).</p>	<p>L-Vortrag, Plenum</p> <hr/>

### Methodisch- didaktischer Kommentar

Um das Prinzip der kombinatorischen Zusammenstellungen zu vertiefen, wird dieses auf andere Zusammenhänge angewendet, so etwa auf das Beispiel des Zahlenschlosses, das mithilfe des Radiobeitrags erarbeitet wird. Die rechnerische Ermittlung wird neben dem Baumdiagramm zu den Kleidungskombinationen festgehalten, um das analoge Vorgehen bei der rechnerischen Bestimmung aller Kombinationen aufzuzeigen

Zur Reflexion des Gelernten werden mithilfe des Radiobeitrags abschließend die anfänglich aufgeworfenen Fragen zum Begriff „Kombinatorik“ geklärt. Diese Erkenntnisse werden auf dem Lernplakat vom Beginn festgehalten und auf der ersten Seite des Knobelhefts aufgedeckt.

Abschließend erhalten die Kinder einen Hinweis, worum es bei ihrem zweiten Fall gehen wird, um möglichst die Motivation und Spannung für die zweite Sequenz aufrechtzuhalten.

## Unterrichtsablauf der zweiten Sequenz



Die Schüler\*innen ...

- können Zusammenstellungen von Objekten finden, indem sie aus Legosteinen Türme bauen.
- können systematische Vorgehensweisen nachvollziehen, indem sie ihre Ergebnisse in ein Baumdiagramm eintragen und daraus die rechnerische Lösung erschließen.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
5 Minuten / Begrüßung und Wiederholung	Nach der Begrüßung wird an die vorige Sitzung angeknüpft. Zur Wiederholung wird der Podcast „Lucy fragt: Kombinatorik“ abgespielt und besprochen.	L-Vortrag, Plenum  Audio Podcast
5 Minuten / Einstieg	<b>Radiobeitrag „Was mit wem wie oft?“ (02:13-02:33 Min)</b> abspielen, die Kinder hören zu. <i>Inhalt des Radiobeitrags:</i> - <i>Bauen eines Turms aus drei Legosteinen (blau, gelb, rot) → Fragestellung: Welche bzw. wie viele Möglichkeiten gibt es?</i> Der Ausschnitt aus dem Radiobeitrag wird reflektiert, Unklarheiten werden ausgeräumt und die Vermutungen der Kinder besprochen. Darauf aufbauend wird die Aufgabenstellung formuliert: - Baue verschiedene Türme aus den drei Legosteinen. Wie viele Möglichkeiten findest du? (erste Forscherfrage)	L-S-Gespräch, Plenum  <b>Knobelheft</b> (Seite 6)  Audio Radiobeitrag
10 Minuten / Arbeitsphase	Die Kinder finden alleine mögliche Zusammenstellungen, indem sie aus je drei Legosteinen Türme bauen. Die gefundenen Möglichkeiten notieren sie im Knobelheft. Die Art der Darstellung ist ihnen dabei freigestellt. Differenzierung: „Was passiert, wenn du noch einen Legostein hinzunimmst? Welche Möglichkeiten gibt es jetzt?“	SuS-Aktivität, Einzelarbeit  <b>Knobelheft</b> (Seite 7)  Sonstiges: Legosteine, Stifte (und Papier)
5 Minuten / Austausch	Die Ergebnisse aus der Einzelarbeitsphase werden von den Kindern untereinander ausgetauscht und abgeglichen. Es wird die Frage aufgeworfen, ob alle Möglichkeiten gefunden wurden (zweite Forscherfrage).	SuS-Aktivität, Partnerarbeit  <b>Knobelheft</b> (Seite 8)

### Methodisch- didaktischer Kommentar

Zu Beginn wird das Vorwissen der Lernenden aktiviert. Je nachdem, wie viel die Kinder selbst beitragen, kann der Audio-Podcast als Impuls oder als Zusammenfassung verwendet werden.

Die Aufgabenstellung der zweiten Sequenz bzw. des zweiten „Falls“ wird direkt aus dem Audio-Ausschnitt des Radiobeitrags abgeleitet. Zunächst geht es darum, nur der ersten Frage nachzugehen.

Die Kinder erhalten zunächst Raum, in Einzelarbeit erste Lösungen handelnd an Material zu finden und evtl. ein strukturiertes Vorgehen zu entwickeln. Da die Kinder auch hier wieder eigene Strategie finden bzw. unterschiedliche Darstellungsweisen wählen können, findet automatisch eine individuelle Anpassung des Schwierigkeitsgrads statt.

Im Rahmen der Partnerarbeit findet eine vorläufige Zusammentragung der ersten Lösungsansätze statt. Die Kinder vergleichen ihre Strategien bzw. Lösungen und erhalten so bereits Gelegenheit, alle möglichen Kombinationen zu finden.

10 Minuten / Sicherung	<p><b>Radiobeitrag „Was mit wem wie oft?“ (02:33-04:02 Min)</b> abspielen, die Kinder hören zu. <i>Inhalt des Radiobeitrags:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Bauen eines Turms aus drei Legosteinen (blau, gelb, rot) → Erklärung des systematischen Vorgehens zum Finden aller Möglichkeiten</i></li> </ul> <p>Während die Kinder den Radiobeitrag hören, gleichen sie ihre gefundenen Lösungen mit den im Beitrag genannten Möglichkeiten ab. Auf Grundlage der Erklärungen im Radiobeitrag werden alle möglichen Zusammenstellungen gesammelt (zweite Forschungsfrage) und in einem Baumdiagramm dargestellt, um das im Radiobeitrag erklärte systematische Vorgehen zu veranschaulichen.</p>	<p>L-S-Gespräch, Plenum</p> <hr/> <p><b>Lernplakat 2</b> (Permutation &amp; Baumdiagramm)</p> <p><b>Knobelheft</b> (Seite 9)</p> <p>Sonstiges: bunte Stifte</p>
10 Minuten / Erweiterung	<p>Es wird die Frage aufgeworfen, ob das Finden aller Möglichkeiten durch Ausprobieren oder auch durch Zeichnen eines Baumdiagramms bei einer höheren Anzahl von Legosteinen noch gut durchführbar ist.</p> <p><b>Radiobeitrag „Was mit wem wie oft?“ (05:26-06:37 Min)</b> abspielen, die Kinder hören zu. <i>Inhalt des Radiobeitrags:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>rechnerische Ermittlung aller möglichen Kombinationen</i></li> </ul> <p>Die rechnerische Lösung wird auf dem dritten Lernplakat anhand des Baumdiagramms mit seinen Entscheidungsstufen – in Analogie zur Produktregel auf dem zweiten Lernplakat – schrittweise hergeleitet, ebenfalls auf dem Plakat festgehalten und besprochen.</p>	<p>L-S-Gespräch, Plenum</p> <hr/> <p><b>Lernplakat 2</b> (Permutation &amp; Baumdiagramm)</p> <p><b>Knobelheft</b> (Seite 9)</p> <p>Audio Radiobeitrag</p>
5 Minuten / Abschluss	<p>Die Unterrichtseinheit wird abschließend reflektiert. Die Kinder erhalten Gelegenheit, sich zu äußern, was sie Neues gelernt haben, was sie interessant fanden etc., um so die Einheit nochmals Revue passieren zu lassen.</p> <p>Zum Abschluss werden die Kinder zu „Kombinativen“ (Kombinatorik-Detektiven) ernannt.</p>	<p>L-Vortrag, Plenum</p> <hr/> <p><b>Knobelheft</b> (Urkunde)</p>

### Methodisch- didaktischer Kommentar

Im Zentrum der Audio-Sequenz steht das systematische Vorgehen zum Ermitteln aller Lösungen. Ziel ist es, dass die Kinder sich vom willkürlichen Ausprobieren lösen und systematische Strategien zumindest nachvollziehen. Während des Hörens können die Kinder die genannten Möglichkeiten mit den von ihnen gefundenen Lösungen abgleichen. Anschließend wird das systematische Vorgehen im Radiobeitrag nachvollzogen, indem wieder schrittweise ein Baumdiagramm gezeichnet wird.

In einem letzten Schritt wird anhand der Erklärung im Radiobeitrag die rechnerische Lösung hergeleitet. Dabei wird eine Verknüpfung zur Rechnung in der ersten Sequenz hergestellt, da sich die Rechnung aus der Produktregel ableitet.

Um die Rahmensetzung der „Kombinativ-Ausbildung“ abzuschließen, werden die gelösten Fälle in der Übersicht des Knobelhefts abgehakt und anhand der Urkunde auf der letzten Seite die von ihnen erworbenen Kenntnisse bzw. Fähigkeiten besprochen, um so einen kurzen Rückblick auf die Einheit und den Lernprozess der Kinder zu gewährleisten.

## Literaturverzeichnis

Kultusministerkonferenz (2005): Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich. Beschluss vom 15.10.2004. München. Online verfügbar unter: [https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen\\_beschluesse/2004/2004\\_10\\_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf](https://www.kmk.org/fileadmin/veroeffentlichungen_beschluesse/2004/2004_10_15-Bildungsstandards-Mathe-Primar.pdf), zuletzt abgerufen am: 11.03.21.

Hessisches Kultusministerium (2011): Bildungsstandards und Inhaltsfelder. Das neue Kerncurriculum für Hessen. Primarstufe, Mathematik. Wiesbaden. Online verfügbar unter: [https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/media/kc\\_mathematik\\_prst\\_2011.pdf](https://kultusministerium.hessen.de/sites/default/files/media/kc_mathematik_prst_2011.pdf), zuletzt abgerufen am: 11.03.21.

Neubert, Bernd (2019a): Was ist Kombinatorik? – Mathematischer Hintergrund. In: Neubert, Bernd / Giesbrecht, Laura / Kirchner, Maria / Möbs, Svenja / Neckenich, Janine Elisabeth (Hrsg.): Kombinatorik. Aufgabenbeispiele und Impulse für die Grundschule, Offenburg: Mildenerger Verlag, 7-19.

Neubert, Bernd (2019b): Kombinatorik im Mathematikunterricht der Grundschule – Beispiele. In: Neubert, Bernd / Giesbrecht, Laura / Kirchner, Maria / Möbs, Svenja / Neckenich, Janine Elisabeth (Hrsg.): Kombinatorik. Aufgabenbeispiele und Impulse für die Grundschule, Offenburg: Mildenerger Verlag, 20-36.

Neubert, Bernd (2019c): Kombinatorik im Mathematikunterricht der Grundschule – Didaktisch-methodische Überlegungen. In: Neubert, Bernd / Giesbrecht, Laura / Kirchner, Maria / Möbs, Svenja / Neckenich, Janine Elisabeth (Hrsg.): Kombinatorik. Aufgabenbeispiele und Impulse für die Grundschule, Offenburg: Mildenerger Verlag, 37-58.

## Radiobeitrag

Radiobeitrag: "Was mit wem wie oft?" (Kinderfunkkolleg Mathematik), verfügbar unter: <https://www.kinderfunkkolleg-mathematik.de/themen/was-mit-wem-wie-oft>

Podcast: "Lucy fragt – Kombinatorik", verfügbar unter: <https://www.kinderfunkkolleg-mathematik.de/lucy-fragt>

## Begleitmaterial zu „Kombinatorik“, Sequenz 1 und 2

Die folgenden Seiten beinhalten das Begleitmaterial zur Unterrichtseinheit „Kombinatorik“, Sequenz 1 und 2. Alle Arbeitsblätter sind als Klassensatz auszudrucken. Fett gedruckte Arbeitsblätter sind nur für die Lehrkraft als Unterrichtsmaterial gedacht.

### Inhalt

Knobelheft – „Ausbildung zum Kombinativ“ .....	1
Knobelheft – Inhaltsverzeichnis.....	2
Knobelheft – Seite 1 .....	3
Knobelheft – Seite 2 .....	4
Knobelheft – Seite 3 .....	5
Knobelheft – Seite 4 .....	6
Knobelheft – Seite 5 .....	7
Knobelheft – Seite 6 .....	8
Knobelheft – Seite 7 .....	9
Knobelheft – Seite 8 .....	10
Knobelheft – Seite 9 .....	10
Knobelheft – Urkunde.....	12
Kleidungskarten .....	13
<b>Lernplakat 1 (Produktregel und Baumdiagramm) – Vorlage.....</b>	<b>14</b>
<b>Lernplakat 1 (Produktregel und Baumdiagramm), Erweiterung – Vorlage.....</b>	<b>15</b>
<b>Lernplakat 2 (Permutation und Baumdiagramm) – Vorlage.....</b>	<b>16</b>



Knobelheft – „Ausbildung zum Kombinativ“

# KNOBELHEFT

von

---

Ausbildung zum  
**KOMBINATIV**



## ÜBERSICHT - Meine Ausbildung zum KOMBINATIV



Fälle	Ermittlungen	Seite	erfolgreich gelöst
<b>Grundlagen</b>	Was macht ein Kombinativ? <b>Ermittlungsfragen</b>	1	
<b>Erster Fall</b>	Was soll ich anziehen? - <b>Kleidungsauswahl</b>	2 - 5	
<b>Zweiter Fall</b>	Was kann ich bauen? - <b>Legotürme</b>	6 - 9	
<b>Urkunde</b>	Alle Fälle gelöst? <b>Ernennung zum Kombinativ</b>	10	

**GRUNDLAGEN** Was macht ein KOMBINATIV?

Was ist überhaupt ein Kombinativ?



# KOMBINATIV



## KOMBINATORIK

= Kunst des Abzählens

- Dinge anordnen
- Dinge auswählen

## DETEKTIV

Ermittlungsfragen:

1. Welche Möglichkeiten gibt es?
2. Wie viele Möglichkeiten gibt es insgesamt?

Knobelheft – Seite 2

**ERSTER FALL** KLEIDUNGS-AUSWAHL

Was soll ich anziehen?



Welche Kleidungsstücke sind in dem Schrank? Achte auf die Anzahl und die Farben.  
Male die Kleidungsstücke auf.



**ERSTER FALL** KLEIDUNGS-AUSWAHL

Was soll ich anziehen?



Du hast 2 Hosen und 4 T-Shirts.

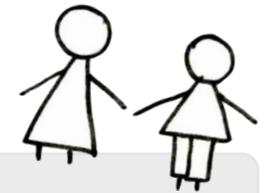
Eine Hose ist rot, eine blau und eine grün. Ein T-Shirt ist rot, eins gelb, eins grün und eins blau.

Welche Möglichkeiten findest du, dir mit diesen Kleidungsstücken ein Outfit zusammenzustellen?

Knobelheft – Seite 4

**ERSTER FALL** KLEIDUNGS-AUSWAHL

Was soll ich anziehen?



Trage die Outfits in die Tabelle ein. Wie viele Möglichkeiten habt ihr gefunden?

Hose	T-Shirt

Hose	T-Shirt

Knobelheft – Seite 5

**ERSTER FALL KLEIDUNGS-AUSWAHL**

Was soll ich anziehen?



Um alle Möglichkeiten zu finden, kannst du **systematisch** vorgehen.

Das bedeutet, dass du dein Vorgehen genau durchdenkst und die Outfits nicht einfach so, sondern nach einem Plan zusammenstellst. Dabei kann dir ein **Baumdiagramm** helfen.

Du gehst schrittweise vor und überlegst dir auf jeder Stufe: Welche Kleidungsstücke kann ich auswählen?

Ermittlungsschritt: Welche Kleidungsstücke?      Wie viele Kleidungsstücke?



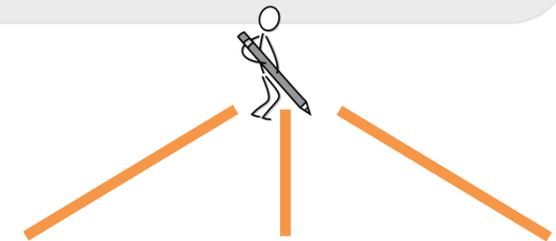
Hosen



T-Shirts



Jacken

Knobelheft – Seite 6

**ZWEITER FALL**    LEGOTÜRME

Was kann ich bauen?



Aus wie vielen Legosteinen soll der Turm bestehen? Welchen Farben brauchst du?

Nimm dir die passenden Steine.



Knobelheft – Seite 7

**ZWEITER FALL**    LEGOTÜRME

Was kann ich bauen?



Du hast **3 Legosteine**.

Einer ist **blau**, einer **rot** und einer **gelb**.

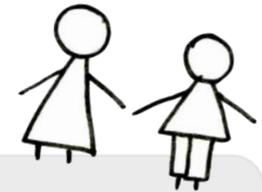
Welche Möglichkeiten findest du, mit den drei Steinen einen Turm zu bauen? (1. Ermittlungsfrage)

Für Super-Spürnasen: Was passiert, wenn du noch einen Legostein hinzunimmst? Welche Möglichkeiten gibt es jetzt?

Knobelheft – Seite 8

**ZWEITER FALL    LEGOTÜRME**

Was kann ich bauen?



Tausche dich mit deinem Partner aus.

Sammelt alle verschiedenen Möglichkeiten, die ihr gefunden habt.

*... Sind das alle Möglichkeiten?*

Knobelheft – Seite 9

**ZWEITER FALL      LEGOTÜRME**

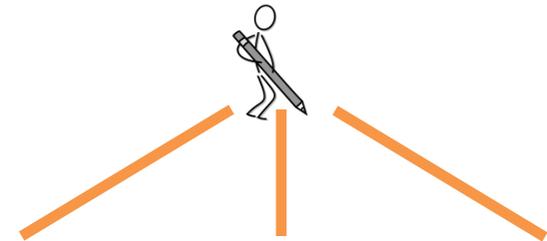
Was kann ich bauen?



Findest du alle Möglichkeiten, wie du mit den drei Steinen einen Turm bauen kannst? (2. Ermittlungsfrage)

Zeichne ein **Baumdiagramm**. Fange mit dem untersten Stein an. Überlege dir, wenn du den nächsten Stein auswählst: Welche Steine habe ich noch zu Auswahl? Wie viele Steine sind noch übrig?

Ermittlungsschritt:    Welche Legosteine?    Wie viele Legosteine?



## Knobelheft – Urkunde

**URKUNDE**

**ERNENNUNG ZUM KOMBINATIV**

Alle Fälle erfolgreich gelöst!

Hiermit wird

\_\_\_\_\_

feierlich zum **Kombinativ** ernannt.

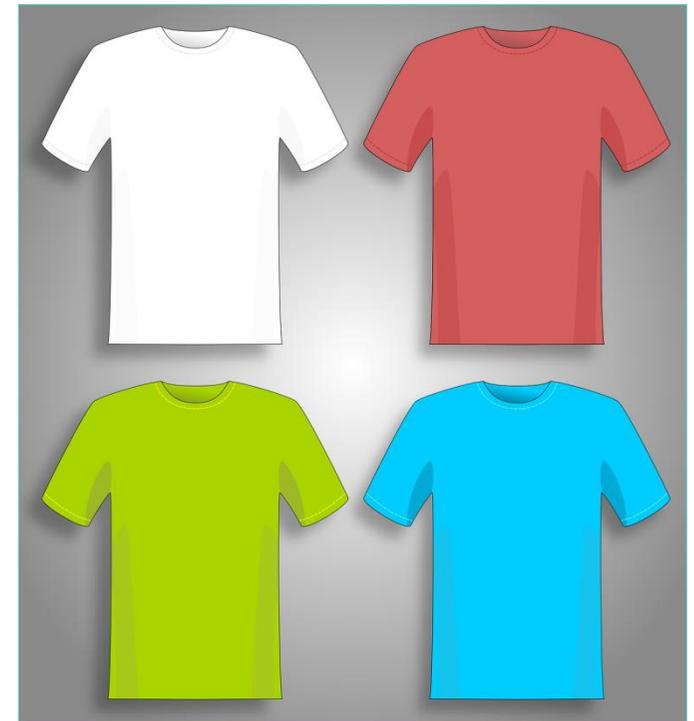
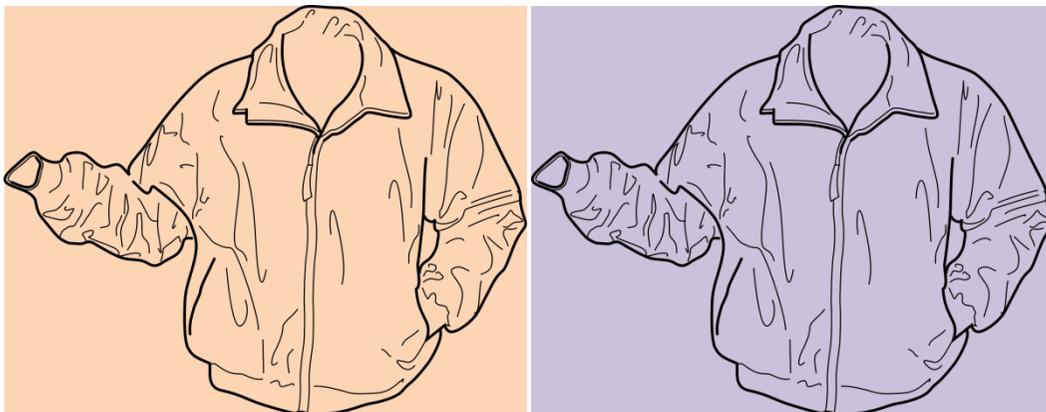
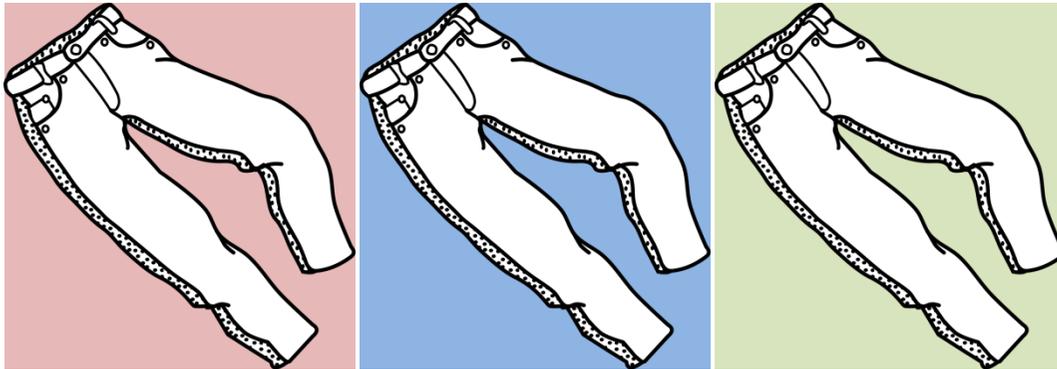
Das **Kombinativ**-Kind \_\_\_\_\_ ...

- ✓ ... kennt die Ermittlungsfragen, die Kombinatorik benutzen.
- ✓ ... kann ermitteln, welche Möglichkeiten es gibt, um bestimmte Dinge zu kombinieren (zusammenzustellen oder anzuordnen).
- ✓ ... kann ermitteln, wie viele Möglichkeiten es insgesamt gibt, um bestimmte Dinge zu kombinieren.
- ✓ ... kennt Hilfsmittel, die Kombinatorik bei ihren Ermittlungen verwenden, um alle Möglichkeiten zu finden (z. B. Baumdiagramm).

... und ist daher in der Lage, kombinatorische Fälle zu lösen.

**HERZLICHEN GLÜCKWUNSCH!**

## Kleidungskarten



## Lernplakat 1 (Produktregel und Baumdiagramm) – Vorlage

Lösungsbeispiel für ein Lernplakat zu Sequenz 1 (während der Durchführung zu erstellen)

rote Hose  
blaue Hose  
grüne Hose

3

x

rotes T-Shirt  
blaues T-Shirt  
grünes T-Shirt  
gelbes T-Shirt

4

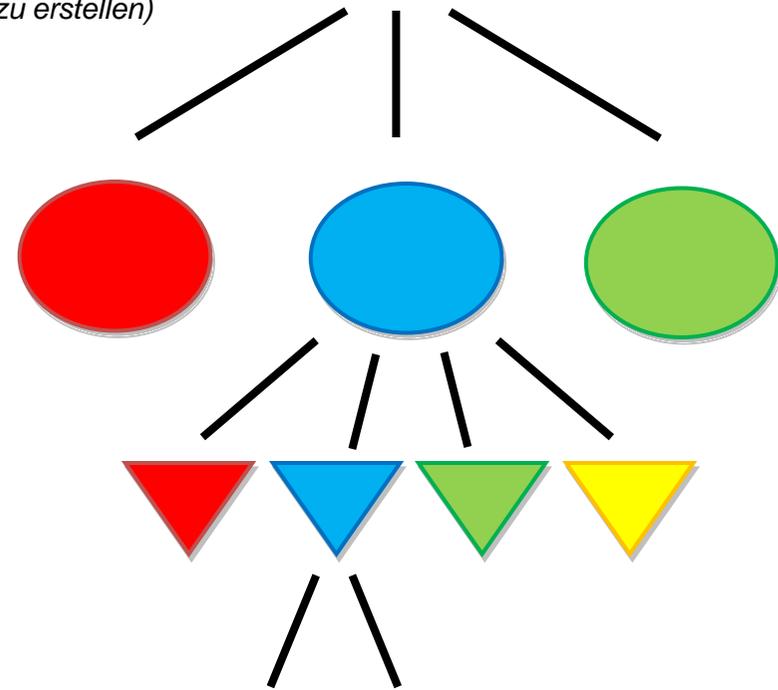
x

lila Jacke  
orangene Jacke

2

=

24



## Lernplakat 1 (Produktregel und Baumdiagramm), Erweiterung – Vorlage

Lösungsbeispiel für ein Lernplakat zu Sequenz 1 (während der Durchführung zu erstellen)

	<b>Kleidung</b>	<b>Schloss</b>	
rote Hose blaue Hose grüne Hose	3	10	
	×	×	
rotes T-Shirt blaues T-Shirt grünes T-Shirt gelbes T-Shirt	4	10	
	×	×	
lila Jacke orangene Jacke	2	10	
	=	=	
	24	1000	

## Lernplakat 2 (Permutation und Baumdiagramm) – Vorlage

Lösungsbeispiel für ein Lernplakat zu Sequenz 2 (während der Durchführung zu erstellen)

roter Legostein  
 blauer Legostein  
 gelber Legostein

3

x

2

x

1

=

6

