

Besondere Zahlen



Zielgruppe

- Klassenstufe 4
- Vorerfahrungen:
Arbeit in Kleingruppen,
erste Erfahrungen mit Längenmaßen und im Bereich der großen Zahlen von Vorteil



Inhalt des Beitrags

„Gibt es eine größte Zahl?“

- die Zahl Null: Zeichen für eine leere Menge, Platzhalter
- große Zahlen
- Unendlich: Vorstellung vom Universum (Wie könnte es gefüllt werden?)

Lernziele

- Die Schüler*innen können die Bedeutung der Zahl Null benennen und die Notwendigkeit der Ziffer begründen.
- Die Schülerinnen und Schüler verwenden verschiedene Schreibweisen für große Zahlen. Sie setzen sich mit Zahlen auseinander, die nicht dargestellt werden können, und entwickeln eine Vorstellung davon, was Unendlichkeit bedeutet.
- Die Lernenden messen größere Strecken mit Hilfe eines Metermaßes.
- Sie entnehmen einer Audiodatei Informationen und stellen einen Alltagsbezug her.

Inhaltsfelder

- Zahl und Operation
 - Die SuS erweitern ihr Zahlverständnis und bauen Beziehungen zwischen Zahlen auf.
- Größen und Messen
 - Sie nutzen Messen zum Vergleich von Strecken, wobei sie mit einem Maßband arbeiten.

Geförderte allgemeine mathematische Kompetenzen

- Kommunizieren
 - Die Lernenden stellen Vermutungen über mathematische Sachverhalte an.
 - Sie verwenden das Unendlichkeitszeichen sachgerecht.
- Argumentieren
 - Die SuS stellen Vermutungen über die Zusammenhänge der Zahl Null und großen Zahlen an.
 - Sie äußern Begründungen für die angestellten Vermutungen.

Sachanalyse des Themas „Besondere Zahlen“

Die Zahl Null

Die Null als Zahl, wie wir sie heute kennen, wurde erst im Jahr 628/29 in Indien verwendet. Dort gebrauchte der Prophet Bhaskara I. als Erster das Zeichen für die Null sowie die neun Ziffern (vgl. Ifrah 2010, S. 551).

Das Operieren mit dieser Zahl stellt heutzutage viele Kinder vor Probleme, wenn ein falsches Verständnis von der Null vorliegt, häufig sogar noch über die Grundschulzeit hinaus. Besonders nachdem die Multiplikation erlernt wurde, treten oftmals Schwierigkeiten auf (vgl. Schipper 2013, S. 92ff.).

Die Einführung der Zahl Null kann auf verschiedenen Wegen geschehen. Ein erster Weg führt über die Null als Kardinalzahl, welche eine leere Menge darstellt (vgl. Padberg/Benz 2011, S. 48ff.). Des Weiteren ist sie die Differenz zweier gleicher Zahlen, also das Ergebnis einer Subtraktionsaufgabe (vgl. Schipper 2013, S. 93), und kann darüber hinaus als Zählzahl über das Rückwärtszählen, sprich einem Countdown, erschlossen werden (vgl. Padberg/ Benz 2011, S. 49ff.). Bedeutsam für den Aufbau eines richtigen Verständnisses von der Null als Zahl ist eine regelmäßige Einbindung in den Unterricht, sowohl innerhalb arithmetischer Operationen als auch in Form von Veranschaulichungen, wie zum Beispiel bei der Darstellung von Anzahlen in einer Tabelle (vgl. Schipper 2013, S. 93).

Unendlichkeit / große Zahlen

Auch der Umgang mit großen Zahlen stellt für Schülerinnen und Schüler eine Herausforderung dar. Das Lesen und Schreiben dieser Zahlen bereitet Probleme, genauso wie das Rechnen mit ihnen, besonders wenn eine Vielzahl von Nullen vorhanden ist. Außerdem verfügt nicht jedes Kind über die Fähigkeit, sich sehr große Zahlen überhaupt vorstellen zu können, denn Zahlen, welche beispielsweise über die 1.000 hinausgehen, sind in der Lebenswelt von Schülerinnen und Schülern kaum anzutreffen (vgl. Schipper/Dröge/Ebeling 2000, S. 42f.).

Damit die Kinder dennoch eine Vorstellung von den großen Zahlen erhalten, sollte man diese in realistische Sachsituationen einbetten. Im Alltag findet man große Zahlen zu meist als Kardinalzahlen oder Maßzahlen vor, beispielsweise beim Lotto-Spiel oder bei der Angabe von Einwohnerzahlen.

Die Förderung des Kopfrechnens stellt bei der Vermittlung einen wichtigen Aspekt dar, weil hier ein Verständnis für (große) Zahlen gefordert ist. Rechnerische Vergleiche sowie ein schrittweises Rechnen (Addieren oder Multiplizieren) ermöglichen die Erfassung großer Zahlenräume. Daneben stellen Rundungen, Überschläge und

Hochrechnungen weitere Möglichkeiten dar, die auch den Umgang mit Statistiken, Tabellen und Diagrammen einschließen. Der Unterricht sollte Raum bieten für das Untersuchen, Erkunden und Forschen, wobei durchaus auch Zahlen, die über eine Million hinausgehen, in den Blick genommen werden können (vgl. ebd., S. 44ff.).

Unterrichtsablauf der ersten Sequenz „Die Zahl Null“

2h

Die Schüler*innen ...

- benennen Situationen, in denen ihnen die Null im Alltag begegnet.
- erläutern, warum die Null in bestimmten Situationen notwendig ist.
- verwenden verschiedene Ausdrücke, welche die Null ersetzen können.
- greifen auf ihr Alltagswissen zurück und versetzen sich in Sachsituationen hinein.
- lesen einen längeren Text sinnentnehmend und verändern Sätze grammatikalisch richtig.
- entnehmen einem auditiv vermittelten Radiobeitrag relevante Informationen und wenden diese an.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
5 Minuten / Einstieg	Die Lehrkraft begrüßt die SuS und erklärt den Ablauf der Einheit.	Lehrervortrag, Plenum
25 Minuten / Hinführung	<p>Radiobeitrag „Gibt es eine größte Zahl?“ (0-1:57 Min) abspielen, die SuS hören zu.</p> <p><i>Inhalt des Radiobeitrags</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Was ist die Null? Die Null (= Nichts) ist eine richtige Zahl (aber: nicht schon immer ein eigenes Zahlzeichen vorhanden).</i> <p>Daran anknüpfend werden Fragen an die SuS gestellt:</p> <ul style="list-style-type: none"> - „Wo begegnet uns die Null?“ - „Wozu brauchen wir die Null?“ <p>Ausgehend von den Schülerantworten wird in Form einer Mindmap eine Ideensammlung an der Tafel erstellt.</p> <p>Radiobeitrag „Gibt es eine größte Zahl?“ (1:57-3:55 Min) weiter abspielen, die SuS hören zu.</p> <p><i>Inhalt des Radiobeitrags</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Null als Platzhalter im Stellenwertsystem</i> - <i>Rechnen mit der Null</i> 	<p>L-S-Gespräch, Plenum</p> <p>Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä., Tafel</p>

Methodisch- didaktischer Kommentar

Mithilfe des Radiobeitrags, der im Fokus der Unterrichtseinheit stehen soll, wird ein Einstieg in die Thematik geschaffen. Das Vorwissen der SuS soll aktiviert und ein Bezug zu ihrem Alltag hergestellt werden. Um die Ideen der Kinder festzuhalten, eignet sich die Tafel. In Form der erstellten Mindmap haben die Kinder ihre genannten Ideen vor Augen.

Anhand der Geschichte sollen die SuS unterschiedliche Bedeutungen der Null mit Blick auf die unterschiedlichen Zahlaspekte herausstellen. Sie müssen Begriffe finden, welche die Null ersetzen können. Dies kann sowohl in Einzel- als auch in Partnerarbeit geschehen. Damit der Inhalt der Geschichte grundlegend verstanden wird, liest die Lehrkraft diese vor und die Kinder folgen auf ihrem Arbeitsblatt. Mit dieser Aufgabe wird die Vielfältigkeit der Null sowie ihre Allgegenwärtigkeit deutlich.

	Die im Beitrag genannten Aspekte werden mit denen der SuS verglichen sowie ggf. ergänzt.	
35 Minuten / Erarbeitung	Die Lehrkraft liest eine Geschichte vor, in der die Null innerhalb verschiedener Zusammenhänge auftaucht. Die Kinder erhalten ein Arbeitsblatt mit der Geschichte und finden verschiedene Synonyme für die Null, die ergänzt werden. Bsp.: - Ich habe NULL Ahnung. → Ich habe <i>keine</i> Ahnung.	SuS-Aktivität, Einzel- oder Partnerarbeit AB „Null“ (Flaschengeist-Geschichte)
20 Minuten / Sicherung	Die Ergebnisse werden im Plenum besprochen. Mithilfe der gefundenen Begriffe wird die Mindmap ergänzt.	L-S-Gespräch, Plenum Sonstiges: Tafel
5 Minuten / Abschluss	Zum Abschluss wird ein Ausblick auf die nächste Stunde gegeben, in der es um die Unendlichkeit des Universums gehen wird. Die Lehrkraft verabschiedet sich von den SuS.	Lehrer-Vortrag, Plenum

2h

Unterrichtsablauf der zweiten Sequenz „Unendlichkeit des Universums“

Die Schüler*innen ...

- entwickeln eine Vorstellung von dem Begriff der Unendlichkeit und der Dimension des Weltalls.
- benennen verschiedene Alltagsmaterialien, deren Menge schwer schätzbar ist.
- ordnen große Zahlen, die über den Zahlenraum von einer Million hinausgehen, der Größe nach.
- schätzen Größen realistisch ein, arbeiten mit einem Maßband und bestimmen die Länge vorgegebener Objekte.
- entnehmen einem Radiobeitrag relevante Informationen und arbeiten kooperativ in Gruppen zusammen.
- reflektieren ihre eigenen Lernprozesse und stellen ihre Erfahrungen und Erlebnisse in Text- oder Bildform dar.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
10 Minuten / Einstieg	<p>Radiobeitrag „Gibt es eine größte Zahl?“ (6:20-6:55 Min) abspielen, die SuS hören zu.</p> <p><i>Inhalt des Radiobeitrags</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Archimedes möchte herausfinden, wie viele Sandkörner man benötigt, um das Weltall zu füllen</i> <p>Davon ausgehend stellt die Lehrkraft den SuS die Frage:</p> <ul style="list-style-type: none"> - „Mit was könnte man das Weltall noch füllen?“ <p>Erwartete Antworten der SuS: „Wassertropfen, Kies, Reis, ...“</p> <p>Weitere Anregungen können laminierte Bilder liefern.</p>	<p>L-S-Gespräch, Sitzkreis</p> <hr/> <p>Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä., Tafel, laminierte Bilder mit Anregungen (Sand, Kies, Erbsen, Wassertropfen u. ä.)</p>
15 Minuten / Hinführung	<p>Radiobeitrag „Gibt es eine größte Zahl?“ (6:55-7:11 Min) abspielen, die SuS hören zu.</p> <p><i>Inhalt des Radiobeitrags</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Archimedes ermittelt die Zahl 10^{63}</i> 	<p>L-S-Gespräch, Sitzkreis</p> <hr/> <p>Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä., Tafel,</p>

Methodisch- didaktischer Kommentar

Der Sitzkreis ist gut für ein Gespräch zwischen der Lehrkraft und den SuS geeignet. Die Bilder können für alle sichtbar in die Kreismitte gelegt werden, um die Ideen der Kinder zu unterstützen bzw. ihnen weitere Anregungen zu geben. Die Vorstellungskraft der Kinder ist gefragt, denn sie sollen etwas benennen, von dem man ähnlich viel wie die von Archimedes vorgeschlagenen Sandkörner benötigen würde, um damit das Universum zu füllen.

Das Vorwissen der SuS wird aktiviert: Mit welchen großen Zahlen sind die Kinder bereits konfrontiert worden? Durch die Einordnung in den Zahlenstrahl erhalten sie eine Vorstellung davon, wie klein ihre Zahlen im Vergleich zu 10^{63} sind. Generell erfahren sie, wie große Zahlen ihrer Größe nach geordnet werden. Ist eine Milliarde mehr als eine Billion? In diesem Zuge soll auch die Unendlichkeit als zentraler Inhalt des Beitragsausschnitts Erwähnung finden. Den

	<p>Im Anschluss wird die Frage an die SuS gestellt:</p> <ul style="list-style-type: none"> - „Welche riesig große Zahl kennst du? Woher?“ <p>Die Ergebnisse werden auf Kärtchen gesammelt und die Zahlen an nach Größe sortiert. Auch die 10^{63} sowie das Unendlichkeitszeichen werden hinzugefügt. Das Ganze wird als Zahlenstrahl veranschaulicht.</p>	<p>Kärtchen, Permanent-Marker oder Filzstift, Klebeband</p>
35 Minuten / Erarbeitung	<p>Radiobeitrag „Gibt es eine größte Zahl?“ (7:11-8:12 Min) abspielen, die SuS hören zu.</p> <p><i>Inhalt des Radiobeitrags</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Weiterzählen von großen Zahlen → Unendlich (keine messbare Zahl, sondern Vorstellung)</i> <p>Die SuS erhalten die Aufgabe, in Gruppen (je 6 Kinder) verschiedene Umfänge bzw. Längen auf dem Schulgeländer zu messen.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Umfang der Schule 2. Umfang der Sporthalle 3. Umfang des Sportfeldes 4. Länge aller Treppen (Keller bis Dachgeschoss) [an jeweilige Schulgegebenheiten anpassen] <p>Vorab notiert jede Gruppe eine Schätzung für die jeweiligen Längen und ordnet sie der Größe nach.</p>	<p>SuS-Aktivität, Gruppenarbeit</p> <hr/> <p>Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä., Maßbänder, Papier zum Notieren der Ergebnisse</p>
15 Minuten / Sicherung	<p>Die gemessenen Werte werden im Anschluss gesammelt und in den Zahlenstrahl eingeordnet.</p> <p>Die Gruppenarbeit wird mit einer Reflexion beendet:</p> <ul style="list-style-type: none"> - „Ist es möglich, mit den vorliegenden Maßbändern den Umfang der Erde bzw. das Universum zu messen?“ → anhand des Beitrags müssten die Kinder diese Frage verneinen können 	<p>SuS-Aktivität, Gruppenarbeit</p> <hr/> <p>Sonstiges: Tafel</p>

Methodisch- didaktischer Kommentar

Die Messaufgabe soll Abwechslung in den Stundenablauf bringen und einen Alltagsbezug schaffen. Die Schätzung vorab kann zeigen, ob die SuS in der Lage sind, Längen realistisch einzuschätzen. Damit ein gutes und effektives Arbeiten innerhalb der Teams möglich wird, kann die Gruppeneinteilung durch die Lehrkraft erfolgen. Die Einordnung in den Zahlenstrahl macht deutlich, dass die gemessenen Längen zunächst groß erscheinen, weil es viel Zeit in Anspruch nimmt, sie mit 1m- Maßbändern zu bestimmen, sie aber im Vergleich zu anderen Zahlen sehr klein sind. Die Reflexion dient der Wissens- und Verstehensüberprüfung.

Abschließend sollen die Kinder ihren eigenen Lernprozess reflektieren und den Projekttag Revue passieren lassen. In Form von einem Bild oder Text können sie ihre Erlebnisse schildern bzw. ihre Empfindungen ausdrücken.

<p>15 Minuten / Abschluss</p>	<p>Im Rahmen der Abschlussreflexion wird ein großes Unendlichkeitszeichen gebastelt. Jedes Kind erhält hierfür einen Teil des Symbols und gestaltet diesen in Form von Text und Zeichnungen. Leitfragen: - „Was habe ich heute erfahren? Was fand ich faszinierend? Was hat mir gut gefallen?“ Die Teile werden anschließend zu einem großen Unendlichkeitszeichen zusammengesetzt und aufgehängt. Die Lehrkraft verabschiedet sich von der Klasse.</p>	<p>L-S-Gespräch, Plenum</p> <hr/> <p>Sonstiges: Plakat, (buntes) Papier und Stifte zum Gestalten des Unendlichkeitszeichen</p>
-----------------------------------	---	--

Literaturverzeichnis

Hasemann, K. / Gasteiger, H. (2014): Anfangsunterricht Mathematik (3. Auflage). Berlin: Springer Verlag.

Ifrah, G. (2010): Universalgeschichte der Zahlen. Frankfurt, M.: Tolkemitt bei Zweitausendeins.

Padberg, F. / Benz, C. (2011): Didaktik der Arithmetik: Für Lehrerbildung und Lehrerfortbildung. Heidelberg: Spektrum.

Schipper, W. (2013): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen. Braunschweig: Schroedel.

Schipper, W. / Dröge, A. / Ebeling, R. (2000): Handbuch für den Mathematikunterricht an Grundschulen: 4. Schuljahr. Braunschweig: Schroedel.

Radiobeitrag

„Gibt es eine größte Zahl?“ <https://www.kinderfunkkolleg-mathematik.de/themen/gibt-es-eine-groesste-zahl>