

Wahrscheinlichkeit Vertiefung

Zielgruppe

- Klassenstufe 4
- Vorerfahrungen der Schüler*innen: Einzel-, Partner-, Gruppenarbeit und Stationsarbeit
- Vorteilhaft: Vorwissen zum Thema Wahrscheinlichkeit (Zufallsexperimente)



Inhalt des Beitrags „Warum würfeln ich nie eine Sechs?“

- Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeit
- Entstehung der Wahrscheinlichkeitsrechnung
- Wahrscheinlichkeit im Alltag (Lotto, Wettervorhersage)

Lernziele

- Stärkung der Zuhörkompetenz
- Stärkung der Medienkompetenz
- Auditive Erfassung mathematischer Themen
- Entwicklung einer Grundvorstellung von Wahrscheinlichkeit und Zufall
- Umwelterschließung durch Alltagsbezug
- Kennenlernen und Einordnen verschiedener Eintrittswahrscheinlichkeiten
- Kennenlernen der Grundbegriffe der Wahrscheinlichkeiten
- Durchführung, Dokumentation und Auswertung von Zufallsexperimenten

Geförderte überfachliche Kompetenzen

- Kooperations- und Teamfähigkeit
- Rücksichtnahme und Solidarität
- Medienkompetenz
- Kommunikationskompetenz

Geförderte allgemeine mathematische Kompetenzen

- Kommunizieren
- Argumentieren
- Darstellen

Inhaltsfeld

Daten und Zufall

Sachanalyse des Themas „Wahrscheinlichkeit“

Der Wahrscheinlichkeitsbegriff kann unterschiedlich beschrieben werden. Es lässt sich zwischen dem klassischen, dem statistischen und dem geometrischen Wahrscheinlichkeitsbegriff unterscheiden.

Klassische Wahrscheinlichkeit

Das Modell des klassischen Wahrscheinlichkeitsbegriffs wurde 1812 von Pierre Simon Marquis de Laplace erläutert. Dieses gilt lediglich für gleichwahrscheinliche Elementarereignisse, wie beispielsweise bei den idealen Würfeln, wo alle Ergebnisse die gleiche Eintrittschance haben müssen (vgl. Neubert 2012, 28).

Die Formel zur Berechnung der klassischen Wahrscheinlichkeit lautet: $P(E) = \frac{|E|}{|\Omega|}$.

- 1) Für die klassische Wahrscheinlichkeit $P(E)$ gilt: $0 \leq P(E) \leq 1$
- 2) Die Wahrscheinlichkeit eines sicheren Ereignisses ist gleich 1.
- 3) Die Wahrscheinlichkeit eines unmöglichen Ereignisses ist gleich 0 (vgl. ebd.).

Statistische Wahrscheinlichkeit

Die statistische Wahrscheinlichkeit hingegen wird zur Ermittlung ungleichwahrscheinlicher Ereignisse verwendet, die beispielsweise bei asymmetrischen Zufallsgeneratoren auftreten. Dies wird genauer beim Aspekt „Zufallsgeneratoren“ erläutert. Hierzu zählt zum Beispiel der gezinkte Würfel. Diese Klassifizierung dient als Schätzwert zum Ermitteln von Wahrscheinlichkeiten. Die Formel dafür lautet:

$$h_n(E) = \frac{H_n(E)}{n}$$

Das „Gesetz der großen Zahlen“ besagt: Je häufiger ein Zufallsexperiment durchgeführt wird, desto geringer ist die Abweichung der relativen Häufigkeit von der theoretisch berechneten Wahrscheinlichkeit (vgl. Neubert 2012, 30).

Geometrische Wahrscheinlichkeit

Grundgedanke der geometrischen Wahrscheinlichkeit ist es, Vergleiche von geometrischen Maßen zur Bestimmung von Wahrscheinlichkeiten heranzuziehen. Dieser Wahrscheinlichkeitsbegriff kann beispielsweise beim Glücksrad oder dem Würfel zur Anwendung kommen (vgl. ebd.).

Zu dem Thema „Wahrscheinlichkeit“ gehören ebenfalls „Zufallsexperimente“. Diese definiert man als Versuche mit feststehenden Bedingungen:

- 1) Man kann das Experiment beliebig oft wiederholen. Es muss jedoch darauf geachtet werden, dass die Bedingungen gleichbleibend sind.
- 2) Im Vorfeld stehen die möglichen Ergebnisse des Experiments bereits eindeutig fest.
- 3) Vor dem Experiment lässt sich das Ergebnis des Experiments nicht eindeutig vorhersagen.

Zu den Zufallsexperimenten zählen das Würfeln mit einem idealen Spielwürfel, das Werfen einer Münze sowie das Drehen an einem Glücksrad. Diese Zufallsgegenstände werden auch als „Zufallsgeneratoren“ bezeichnet. Sie werden nach symmetrisch und asymmetrisch kategorisiert. Bei symmetrischen Zufallsgeneratoren haben die Versuchsausgänge die gleiche Eintrittswahrscheinlichkeit. Bei asymmetrischen Zufallsgeneratoren ist die Eintrittswahrscheinlichkeit unterschiedlich.

Unterrichtsablauf der ersten Sequenz

1h

Die Schüler*innen ...

- sollen die Begriffe „sehr wahrscheinlich, weniger wahrscheinlich, sicher und unmöglich“ erfassen können, indem sie diese umschreiben und den Begriffen „häufig, selten, immer und nie“ inhaltlich zuordnen.
- sollen eigene Zufallsexperimente selbstständig durchführen können, indem sie den Münzwurf praktisch erproben.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
5 Minuten / Begrüßung	Nach der Begrüßung wird den SuS ein Überblick über den Ablauf der Einheit gegeben.	Lehrervortrag
10 Minuten / Einstieg	<p>Radiobeitrag „Warum würfele ich nie eine Sechs?“ (0 - 1:27 Min und 1:58 – 3:51 Min) abspielen, die SuS hören zu.</p> <p><i>Inhalt des Radiobeitrags</i></p> <ul style="list-style-type: none"> - <i>Wahrscheinlichkeit des Würfels einer Sechs beim Spiel „Mensch Ärgere Dich nicht“</i> - <i>Erklärung des Begriffs „Wahrscheinlich“</i> - <i>Unterschiede Häufigkeit / Wahrscheinlichkeit</i> <p>Bei 2:18 stoppen und den SuS die Möglichkeit zum Antworten geben, bevor der Radiobeitrag die Antwort gibt.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Gespräch über die Inhalte <ul style="list-style-type: none"> ○ Begriffszuordnung der allgemeinen Wahrscheinlichkeitsbegriffe zu Alltagsbegriffen ○ Alltagserfahrungen ○ Thematisierung des Würfels 	<p>L-S-Gespräch, Sitzkreis</p> <hr/> <p>AB 1: Begriffskarten</p> <p>Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä., Tafel, Schaumstoffwürfel</p>

Methodisch-didaktischer Kommentar

Durch das Anhören des Radiobeitrages wird die Zuhörfähigkeit der SuS gefördert.

Bei der Thematisierung des Würfels kann zur Veranschaulichung ein Schaumstoffwürfel gebraucht werden. Die SuS können enaktiv die Eigenschaften eines Würfels entdecken.

In der Partnerarbeit wird kooperativ gearbeitet und das Thema „Münzwurf“ praktisch umgesetzt, damit die Lernenden zu eigenen Erkenntnissen gelangen. Die Arbeitsblätter dienen dabei als Strukturierungs- und Orientierungshilfe.

20 Minuten / Arbeitsphase	Die SuS führen ein Experiment zum Münzwurf durch, indem sie in Partnerarbeit die Münze 50-mal werfen und in Form von Strichlisten festhalten. Anschließend wird mit zwei Münzen geworfen	SuS-Aktivität, Partnerarbeit AB 2: Münzwurf (1) AB 3: Münzwurf (2) Sonstiges: Münzen (Kopf/Zahl)
15 Minuten / Ergebnis- sicherung	Die Ergebnisse aus der Arbeitsphase werden im Plenum vorgestellt und ausgewertet.	L-S-Gespräch, Kinositz AB 2: Münzwurf (1) AB 3: Münzwurf (2) Sonstiges: Tafel mit Begriffskarten

Unterrichtsablauf der zweiten Sequenz

2h

Die Schüler*innen ...

- sind in der Lage, die gewonnenen Erkenntnisse des Beitrags auf ähnliche Zufallsexperimente zu übertragen, indem sie Stationen zu verschiedenen Zufallsgegenständen durchlaufen.
- können Daten festhalten, indem sie vorgefertigte Strichlisten ausfüllen.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
10 Min / Einstieg	Hinführung Stationsarbeit: Vorstellen der Stationen, Einteilung der Gruppen für die Stationsarbeit sowie die Ausgabe des Laufzettels.	Lehrervortrag, Sitzkreis Alle ABs der Sequenz 2
75 Min / Arbeitsphase (Unterbrechung durch Pausen notwendig)	Durchlauf der einzelnen Stationen (ca. 15-20 Minuten pro Station) <ul style="list-style-type: none"> ○ Schweinchen ○ Achtseitiger Würfel ○ Glücksrad ○ gezinkter Würfel 	Gruppenarbeit, Stationsarbeit Alle ABs der Sequenz 2 Sonstiges: Schweinchen, Achtseitiger Würfel, Glücksrad, gezinkter Würfel
5 Minuten / Reflexion	Die Stationsarbeit wird durch das Vorstellen der wichtigsten Erkenntnisse aus den einzelnen Stationen reflektiert. Zudem können Probleme, Fragen und wichtige Punkte aus der Stationsarbeit aufgegriffen und thematisiert werden.	L-S-Gespräch, Sitzkreis Sonstiges: Schülerprodukte der Stationen

Methodisch- didaktischer Kommentar

Die SuS arbeiten in den Gruppen rollenverteilt und unterstützen sich gegenseitig.

Die Stationsarbeit bietet die Möglichkeit, dass die SuS aktiv handelnd lernen können.

Die Arbeitsblätter der jeweiligen Stationen liegen auf einem Materialtisch im Klassenraum, damit die Lernenden parallel an den Stationen arbeiten können und sich gegenseitig nicht stören. Dazu nehmen die SuS ihre Arbeitsblätter mit an ihre festen Gruppentische. Als Differenzierung dient die Station „gezinkter Würfel“.

Zur Stationsarbeit

Alle vier Stationen sind ähnlich aufgebaut. Sie beginnen mit einem Fragenteil, der von den Schülerinnen und Schülern vor der aktiven Durchführung des Zufallsexperiments ausgefüllt werden soll. Dort sollen sie den jeweiligen Gegenstand des Experiments beschreiben und Vermutungen zum Versuchsausgang anstellen. Im Anschluss daran führen die Lernenden das Zufallsexperiment unterschiedlich oft durch. Ihre Ergebnisse notieren sie in der dafür vorgesehenen Strichliste. Nach der Durchführung des Zufallsexperiments werten die Schülerinnen und Schüler mit Hilfe von Fragen ihre Ergebnisse aus.

Station „Achtseitiger Würfel“:

Benötigtes Material: Achtseitiger Würfel

An dieser Station würfeln die Schülerinnen und Schüler gemeinsam 100-mal mit einem achtseitigen Würfel. Um diesen Prozess schneller abschließen zu können, ist es sinnvoll, wenn die einzelnen Gruppen mit mehreren Würfeln gleichzeitig würfeln. Dazu könnte beispielsweise ein Würfelbecher oder eine Schüttelbox verwendet werden.

Station „Schweinchen“

Benötigtes Material: Schweinchen

Hier werfen die Schülerinnen und Schüler ein Schweinchen (in der Erprobung entnommen aus einem Würfelspiel) 100-mal. Bei der Durchführung sollte die Lehrperson darauf achten, dass die Schülerinnen und Schüler den Punkt auf der Seite des Schweinchens beachten. Dieser Punkt ist notwendig, um die beiden Seiten unterscheiden zu können.

Station „Glücksrad“

Benötigtes Material: Glücksrad

An der dritten Station wird der Zufallsgenerator „Glücksrad“ thematisiert. Dazu drehen sie das Glücksrad 100-mal. Sie notieren nach jeder Drehung auf welchen Farbsektor der Pfeil zeigt. Im Anschluss daran werten die Lernenden ihre Ergebnisse aus.

Zusatzstation „Trickwürfel“

Benötigtes Material: Trickwürfel

Die vierte Station stellt die Zusatzstation dar, die als Differenzierung dient. An dieser Station erhalten die Lernenden Gelegenheit zum Knobeln. Sie sollen herausfinden warum der Trickwürfel in der Regel bei jedem Wurf die Zahl sechs anzeigt. Dies variiert je nach Qualität des Trickwürfels.

Zu den ersten drei Stationen gibt es Tippkarten, die den Schülerinnen und Schülern als Hilfestellung zur Verfügung stehen. Unter anderem werden die verschiedenen Positionen des Schweinchens dargestellt. Außerdem werden unterschiedliche Rollen benannt, die die Lernenden innerhalb ihrer Kleingruppe einnehmen können, um die Arbeit an den Stationen aufteilen zu können.

Von besonderer Bedeutung ist es, dass im Anschluss an die Stationsarbeit die Ergebnisse mit der gesamten Klasse besprochen, überprüft und begründet werden.

Unterrichtsablauf der dritten Sequenz

1h

Die Schüler*innen...

- können die gewonnene Erkenntnisse aus der Stationsarbeit verbal ausdrücken und geeignete Fachbegriffe verwenden.
- können die Erkenntnisse ihrer Mitschülerinnen und Mitschüler verstehen und nachvollziehen, indem sie diese mit ihren Erkenntnissen vergleichen.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
15 Min / Einstieg	<ul style="list-style-type: none"> - Rückblick auf die Stationsarbeit - - Wiederholung der Ergebnisse in den einzelnen Gruppen 	L-S-Gespräch, Sitzkreis ausgefüllte ABs der Sequenz 2 Sonstiges: Schülerprodukte der Stationen
25 Min / Ergebnis- sicherung	Besprechung der Stationen und ausgefüllten Arbeitsblätter <ul style="list-style-type: none"> o ggf. gemeinsames Ausprobieren o Klärung von Fragen und Problemen o Visualisierung der Gesamtergebnisse → tabellarische Sammlung der wichtigsten Erkenntnisse an der Tafel	L-S-Gespräch, Kinostiz ausgefüllte ABs der Sequenz 2 Sonstiges: Tafel, achtseitiger Würfel Schweinchen, Glücksrad , gezinkter Würfel
5 Min / Abschluss	Ende des Radiobeitrags hören und abschließendes Gespräch der Stunde (8 - 10:10 Min). <i>Inhalt des Beitrags</i> <ul style="list-style-type: none"> - Nutzen der Wahrscheinlichkeitsrechnung im Alltag (Wetter, Lotto, Glücksrad) - Ausrechnen der Wahrscheinlichkeit am Beispiel des Glücksrades 	L-S-Gespräch, Sitzkreis Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä.

Methodisch-didaktischer Kommentar

Durch die Wiederholung der Ergebnisse werden die SuS auf die nachfolgende Ergebnissicherung vorbereitet.

Der Kinostiz bietet einen ungehinderten Blick auf die Tafel bzw. die Visualisierung der wichtigsten Ergebnisse. So wird eine gemeinsame Wissensgrundlage für die späteren Audioaufnahmen geschaffen. Die Materialien der Stationen dienen erneut als Visualisierungs- und Erklärungshilfen.

Das Ende des Radiobeitrags dient als thematischer Abschluss und zeigt den SuS, dass das Thema „Wahrscheinlichkeit“ auch im Alltag relevant ist.

Unterrichtsablauf der vierten Sequenz

1h

Die Schüler*innen...

- Können die wichtigsten Erkenntnisse der jeweiligen Station festhalten, indem sie das Inhaltsblatt ausfüllen.
- können ihre Fähigkeiten im Kompetenzbereich Kommunizieren optimieren, indem sie beim Ausfüllen des Inhaltsblatts die zentralen mathematischen Ergebnisse verschriftlichen.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
10 Min Einstieg	Zusammenfassung der Ergebnisse der letzten Stunden	L-S-Gespräch, Sitzkreis AB 1: Ergebnissicherungsblatt
10 Min Vorbereitung	Hören eines „Lucy fragt“-Beitrags (1:15 Min) <ul style="list-style-type: none"> • Hinweise zur Erstellung der Audio-Aufnahme <ul style="list-style-type: none"> ○ Erklärung der Aufnahmegeräte (evtl. Neueinteilung der Gruppen nach Interesse)	L-S-Gespräch, Kinositz AB 1: Ergebnissicherungsblatt Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä.
20 Min Erarbeitungsphase	Bearbeitung des Inhaltsblattes	Expertengruppen AB 2: Inhaltsblatt Sonstiges: Materialien der Stationen
5 Min Abschluss	Ausblick auf die Audio-Aufnahme In einem kurzen Gespräch wird der weitere Vorgang besprochen.	Plenum

Methodisch-didaktischer Kommentar

Der „Lucy fragt“-Beitrag soll den SuS einen Einblick in den Aufbau einer Audioaufnahme veranschaulichen und als Beispiel dienen. Der Inhalt des Beitrages gehört zu einem anderen Themenbereich und soll nicht weiter thematisiert werden.

Den Lernenden wird an dieser Stelle bereits ein Aufnahmegerät gezeigt, um ihnen einen kleinen Einblick in die Funktionsweise des Geräts zu geben.

Das Inhaltsblatt dient der schriftlichen Zusammenfassung der jeweiligen Station. Das Ergebnissicherungsblatt dient als Hilfe für das Ausfüllen des Inhaltsblattes.

Unterrichtsablauf der fünften Sequenz

2h

Die Schüler*innen...

- können ihre Fähigkeit im Kompetenzbereich Kommunizieren verbessern, indem sie beim Ausfüllen des Drehbuchs die zentralen mathematischen Ergebnisse verschriftlichen.
- können die Fragen im Drehbuch verständlich beantworten, indem sie die Ergebnisse der Stationsarbeit anschaulich beschreiben.
- können ihre Audioaufnahme kritisch reflektieren, indem sie diese anhören und gemeinsam Verbesserungsvorschläge sammeln.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
5 Min / Einstieg	Wiederholung der letzten Stunde	L-S-Gespräch, Sitzkreis AB 2, Sequenz 4: Inhaltsblatt
80 Min / Erarbeitungs- phase	Folgende Schritte werden innerhalb der Gruppen bearbeitet: <ul style="list-style-type: none"> ○ Rollenverteilung ○ Erstellung des Drehbuchs ○ Überarbeitung des Drehbuchs ○ erste Aufnahme ○ Anhören der ersten Aufnahme und Verbesserungsideen ○ Überarbeitung der Aufnahme ○ erneutes Anhören 	Expertengruppen Alle ABs Sequenz 5: Hinweise zur Aufnahme und Drehbuch Sonstiges: Aufnahmegerät, Material der Stationen
5 Min / Reflexion	Gemeinsames Besprechen der Erstellung der Audioaufnahmen. Die SuS reflektieren ihre Vorgehensweisen und Herausforderungen beim Erstellen des Drehbuchs sowie der Aufnahme.	L-S-Gespräch, Plenum

Methodisch-didaktischer Kommentar

Mit Hilfe des Inhaltsblatts füllen die SuS das Arbeitsblatt „Drehbuch“ aus, was als Vorlage zur Erstellung der Audioaufnahmen dient.

Die Lernenden verteilen Sprechrollen, damit sie während der Audioaufnahme wissen, was sie zu sagen haben.

Die Lehrperson kontrolliert das ausgefüllte Drehbuch, um sicherzustellen, dass alle fachlich relevanten Inhalte darin enthalten sind. Ist dies nicht der Fall, überarbeiten die SuS ihr Drehbuch. Im Anschluss daran nehmen die Lernenden eine erste Audioaufnahme auf. Diese hören sie sich im Anschluss an, um Ideen zur Verbesserung zu bekommen und ihre Audioaufnahme überarbeiten zu können.

Unterrichtsablauf der sechsten Sequenz

1h

Die Schüler*innen...

- können ihre Fähigkeiten im Kompetenzbereich **Argumentieren** weiterentwickeln, indem sie die Audioaufnahmen ihrer Mitschüler inhaltlich hinterfragen und diese auf Korrektheit prüfen.
- können die eigenständig produzierten Aufnahmen der Mitschüler auditiv erfassen und verstehen, indem sie sich mit den Aufnahmen auseinandersetzen.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
5 Min Einstieg	Rückblick auf die Erstellung der Audio-Aufnahmen	L-S-Gespräch, Sitzkreis AB 2, Sequenz 4: Inhaltsblatt
30 Min Ergebnis- sicherung	Gemeinsames Anhören der Aufnahmen <ul style="list-style-type: none"> ○ Prüfung auf Richtigkeit ○ Reflexion der Aufnahmen ○ Vergleich gleicher Stationen 	L-S-Gespräch, Plenum Sonstiges: Lautsprecher Laptop Aufnahmen
10 Min Reflexion der Unterrichts- einheit	Besprechung des Lernerfolges innerhalb der Einheit	L-S-Gespräch, Sitzkreis

Methodisch-didaktischer Kommentar

Das Unterrichtsgespräch dient dazu, dass sich die Lernenden über ihre Ergebnisse und Aufnahmen austauschen können. Außerdem überprüfen sie die Aufnahmen auf Richtigkeit. Dabei vergleichen sie gleiche Themen miteinander und reflektieren über den Lernprozess bei der Erstellung der Aufnahmen.

Literaturverzeichnis

- Bernius, Volker (2004): Sieben Thesen zur Förderung des Zuhörens. In: Bernius, Volker/ Gilles, Mareile (Hrsg.): Hörspaß. Über Hörclubs an Grundschulen. Mit zahlreichen Abbildungen. Vandenhoeck & Ruprecht Göttingen, S. 11-18.
- Bernius, Volker: Zuhören lernen durch „Hörenmachen“. Projekte der Stiftung Zuhören (noch nicht veröffentlicht).
- Dietze, Lena (2004): Tipps für Aufnahmen mit dem Mikrofon. In: Bernius, Volker/ Gilles, Mareile (Hrsg.): Hörspaß. Über Hörclubs an Grundschulen. Mit zahlreichen Abbildungen. Vandenhoeck & Ruprecht Göttingen, S.155-160.
- Hasemann, Klaus/ Mirwald, Elke (2012): Daten, Häufigkeit, Wahrscheinlichkeit. In: Walther, Gerd/ van den Heuvel-Panhuizen, Marja/ Ganzer, Dietlinde/ Köller/ Olaf (Hrsg.): Bildungsstandards für die Grundschule: Mathematik konkret. Cornelsen Verlag Berlin. 6. Auflage, S. 141-161.
- Hessisches Kultusministerium (2011): Bildungsstandards und Inhaltsfelder – Das neue Kerncurriculum für Hessen. Primarstufe, MATHEMATIK. Wiesbaden.
- Neubert, Bernd (2012): Leitidee: Daten, Häufigkeit und Wahrscheinlichkeit. Aufgaben Beispiele und Impulse für die Grundschule. Offenburg: Mildenerger Verlag.