

## Mathe und Musik



### Zielgruppe

- Klassenstufe 3
- Vorerfahrungen:  
Arbeit in Kleingruppen,  
erste Erfahrungen mit den  
verschiedenen Notenwerten  
sind von Vorteil

### Inhalt der Beiträge „Was hat Musik mit Mathematik zu tun?“ und „Musik und Mathematik“

- Metrum, Takt, Rhythmus
- Brüche und Tonintervalle:  
Erforschung der Teilungsver-  
hältnisse von Saiten mithilfe ei-  
nes Monochords (Pythagoras)



### Lernziele

- Groblernziel: Die Schülerinnen und Schüler erkennen mathematische Muster und Strukturen innerhalb der Musik und durchdringen auf diese Weise die Verbindung zwischen den beiden Bereichen Mathematik und Musik.
  - Feinlernziel I: Die SuS klatschen vorgegebene Rhythmen mithilfe der Rhythmuskreise und komponieren in Gruppen einen eigenen Rhythmus (1 Takt).
  - Feinlernziel II: Die SuS erkennen mathematische Zahlenverhältnisse anhand eines Saiteninstrumentes auf musikalischer Ebene.

### Inhaltsfeld

- Muster und Strukturen
- (Zahl und Operation sowie Größen und Messen)

### Geförderte allgemeine mathematische Kompetenzen

- Darstellen
- Kommunizieren

### Geförderte allgemeine musikalische Kompetenzen

- Musik machen
- Musik hören

### Geförderte überfachliche Kompetenzen

- Sozialkompetenz
- Sprachkompetenz
- Lernkompetenz

## Sachanalyse des Themas „Mathe und Musik“

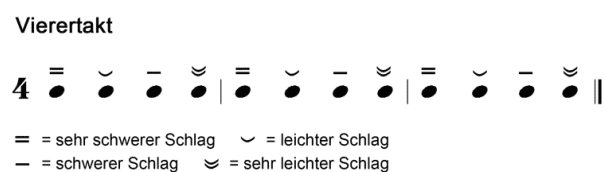
### Bruchrechnung

Brüche spielen im alltäglichen Leben eine große Rolle. Innerhalb der Bruchrechnung lassen sich verschiedene Bruchzahlaspekte unterscheiden. Einen Teilbereich stellt der „Bruch als Anteil eines Ganzen“ dar (vgl. Padberg/Wartha 2017, 19). Beliebige Figuren, wie beispielsweise ein Kreis, werden in gleichgroße Teile zerlegt. Dabei gilt es jeweils, einen Anteil des Ganzen zu bestimmen. Besonders einfache Brüche können durch Stammbrüche, bei welchen der Zähler 1 ist, bestimmt werden (vgl. ebd.). Brüche bestehen jedoch nicht nur aus dem Zähler, sondern auch aus einem Nenner. Der Nenner gibt an, in wie viele gleiche Teile das Ganze zerlegt wird. Der Zähler bestimmt, wie viele Teile des Ganzen ausgewählt werden (vgl. ebd.).

### Rhythmus

Musik läuft meistens vor dem Hintergrund eines regelmäßigen Pulses ab, welcher nicht unbedingt hörbar sein muss, sondern auch als innerlich empfundene Zeitachse im Hintergrund ablaufen kann. Synonyme für den Begriff „Puls“ sind „Metrum“ oder „Beat“. Ein Takt entsteht, indem das Metrum in regelmäßigen Abständen eine Gewichtung erhält. Auf diese Weise entstehen unterschiedliche Taktarten, die von der Abfolge der leichten und schweren Schläge abhängig sind (vgl. Hempel 2008, 78 ff.)

Bei einem Rhythmus stimmen Töne und Metrum nicht immer überein, sondern der Klang eines Rhythmus wird häufig durch Notenwerte, welche



ihr Dauerverhältnis zueinander angeben, festgelegt.

Abb. 1

Den Schülerinnen und Schülern stehen folgende Notenwerte zum Komponieren eines Rhythmus zur Verfügung: Viertel, Achtel und Viertelpause.

### Schallwellen

Töne sind Schallwellen. Hohe Töne haben eine höhere Frequenz, d. h. die Wellenlänge ist kürzer als bei tiefen Tönen. Eine kurze Saite klingt daher höher als eine lange Saite.

### Zusammenhang zwischen Rhythmus und Bruchrechnung (Sequenz 1)

Ein Takt setzt sich aus vier Schlägen zusammen, wird also in vier gleichgroße Teile geteilt. Viertelnoten und -pausen entsprechen folglich einem Viertel der Taktlänge, während Achtelnoten ein Achtel des Taktes bilden.

### **Zusammenhang zwischen Schallwellen und Bruchrechnung** *(Sequenz 2)*

Durch die Schwingung der Saite eines Monochords werden Töne erzeugt. Teilt man die Saite in einem bestimmten Verhältnis, so bilden die beiden entstehenden Töne ein gewisses Tonintervall. Bei einem Verhältnis von 2:1 ergibt sich eine Oktave. Generell gilt, dass einfache Zahlenverhältnisse reine Klänge ergeben. Je komplizierter das Zahlenverhältnis, desto schiefere bzw. schrillere erscheint der Klang.

## Unterrichtsablauf der ersten Sequenz

2h

Die Schüler\*innen ...

- klatschen vorgegebene Rhythmen mithilfe der Rhythmuskreise und komponieren in Gruppen einen eigenen Rhythmus (1 Takt).
- knüpfen an ihre Vorkenntnisse über die Verbindung von Musik und Mathematik an und arbeiten mit Notenwerten (Viertel (-pausen), Achtel) sowie der Einheit „Takt“ (Bruchzahlvorstellung).

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
10 Minuten / Einstieg	Die Lehrkraft begrüßt die SuS. Konzentrationsübung: Es werden (ohne verbale Aufforderung) einfache Rhythmusübungen geklatscht. Im Anschluss erklärt die Lehrkraft, was die SuS in der Stunde bzw. Einheit erwartet, wobei Kerninhalte herausgestellt werden.	Lehrervortrag, Plenum
10 Minuten / Hinführung	<b>Radiobeitrag „Was hat Musik mit Mathematik zu tun?“ (0-0:42 Min)</b> abspielen, die SuS hören zu. <i>Inhalt des Radiobeitrags</i> - <i>Takt: Zusammenhang zwischen Zählen und Musik → für gleichzeitiges Anfangen und gemeinsames Musizieren</i>  In Form eines stummen Impulses (Hochhalten des Plakats) wird an die SuS die Frage gestellt, was Musik mit Mathematik zu tun hat.	Lehrervortrag, Plenum  <b>Plakat zur Ergebnissicherung</b> Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä., Plakat mit Frage
25 Minuten / Erarbeitung I	Die Lehrkraft bittet die SuS in den Sitzkreis. Es wird in das Thema Rhythmen eingeführt (Noten- und Pausenwerte: Viertel, Achtel, Viertelpause), wobei die Lehrkraft die Bedeutung von Rhythmuskreisen erklärt (gelber ganzer Kreis = Viertel, gelber halber Kreis = Achtel, roter ganzer Kreis = Viertelpause). Durch Rhythmusspiele werden Rhythmen erarbeitet und vertieft.	L-S-Gespräch, Sitzkreis  <b>Rhythmuskreise</b>

### Methodisch- didaktischer Kommentar

Die gemeinsame Rhythmusübung dient nicht nur zum Wecken von Aufmerksamkeit und Konzentration, sondern stimmt ebenfalls auf das rhythmische Arbeiten in der Stunde ein.

Um Transparenz bezüglich der Unterrichtsstunde bzw. -einheit zu schaffen, wird im Anschluss einen Überblick über die folgenden zwei Doppelstunden gegeben. In einer gemeinsamen Erarbeitungsphase im Sitzkreis wird die selbständige Gruppenarbeit der Kinder vorbereitet.

Anschließend arbeiten die SuS kooperativ in Gruppen und komponieren gemeinsam eigene Rhythmen: Hierzu reproduzieren sie Wissen und wenden zugleich die gelernten Inhalte an.

Die Ergebnissicherung erfolgt durch das Vorstellen der komponierten Rhythmen. Nach einem abschließenden Hören des Radiobeitrages werden die Schlussfolgerungen der SuS zur Beantwortung der Fragestellung „Was hat Mathe mit Musik zu tun?“ auf dem Plakat festgehalten.

15 Minuten / Erarbeitung II	<p>Es werden Gruppen eingeteilt. Die Lehrkraft verteilt Rhythmuskreise an die Gruppen. Aufgabe:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- „Komponiert gemeinsam in der Gruppe mehrere Takte. Entscheidet euch am Ende für einen Takt, den ihr im Rhythmusraster aufmalt und gemeinsam vortragt.“</li> </ul> <p>Die SuS bearbeiten den Auftrag in Kleingruppen.</p>	<p>SuS-Aktivität, Gruppenarbeit</p> <hr/> <p><b>Rhythmuskreise, Rhythmusraster, AB Rhythmus</b></p>
25 Minuten / Sicherung	<p>Die Gruppen präsentieren ihre Ergebnisse im Plenum. Es wird ein Rhythmusspiel in verschiedenen Variationen durchgeführt. Spiel:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Ein S wartet draußen, während ein Rhythmus vorgemacht wird. Dieser muss erkannt und anschließend mit den Rhythmuskreisen nachgelegt werden.</li> </ul> <p>Gemeinsam wird besprochen, was die Inhalte der Stunde mit Mathematik zu tun hatten. <b>Radiobeitrag „Was hat Musik mit Mathematik zu tun?“ (0-0:42 Min)</b> erneut abspielen, die SuS hören zu. Die Leitfrage wird abschließend beantwortet und zur Ergebnissicherung auf dem Plakat festgehalten.</p>	<p>SuS-Präsentationen, L-S-Gespräch, Plenum</p> <hr/> <p><b>Rhythmuskreise</b></p> <p>Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä., Plakat mit Frage (s. Hinführung)</p>
5 Minuten / Abschluss	<p>Zum Abschluss wird ein Ausblick auf die nächste Stunde gegeben, in der ein Monochord gebaut wird. Die Lehrkraft verabschiedet sich von den SuS.</p>	<p>Lehrer-Vortrag, Plenum</p> <hr/>

## Unterrichtsablauf der zweiten Sequenz

2h

Die Schüler\*innen ...

- erkennen mathematische Zahlenverhältnisse anhand eines Saiteninstrumentes auf musikalischer Ebene.
- arbeiten kooperativ in Gruppen und fördern ihre sozialen Kompetenzen.
- können mit Hilfe des selbst gebauten Monochords die Entstehung von hohen und tiefen Tönen sowie Tonverhältnissen (reine und unreine Klänge) erklären.
- reflektieren ihre Arbeitsergebnisse und können davon ausgehend die Frage nach dem Zusammenhang von Musik und Mathematik beantworten.

Zeit/Phase	Geplanter Unterrichtsverlauf	Methoden und Medien
5 Minuten / Einstieg	Die Lehrkraft begrüßt die SuS. Um Konzentration und Aufmerksamkeit zu wecken, werden einfache Rhythmusübungen geklatscht. (Dabei wird jeweils bis acht gezählt.)	L-S-Gespräch, Plenum
10 Minuten / Hinführung	<b>Radiobeitrag „Was hat Musik mit Mathematik zu tun?“ (0-0:42 Min)</b> erneut abspielen, die SuS hören zu.  Ausgehend von der Sequenz des Radiobeitrags wird der Inhalt der letzten Stunde wiederholt. Die Lehrkraft stellt das Stundenziel vor: Gemeinsames Bauen eines Musikinstruments (Monochord).	L-S-Gespräch, Sitzkreis  Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä.
25 Minuten / Erarbeitung I	Es werden die Bauanleitung des Monochords sowie die Regeln für das gemeinsame Bauen besprochen. Im Anschluss bauen die SuS in Kleingruppen (ca. 2-3 Kinder pro Gruppe) nach Anleitung das Instrument.	SuS-Aktivität, Gruppenarbeit  <b>Bauanleitung Monochord, Material</b> (siehe Gruppenarbeit)

### Methodisch- didaktischer Kommentar

Zu Beginn der Stunde wird an die in Sequenz 1 erarbeiteten Inhalte angeknüpft. In Kleingruppen arbeiten die Kinder enaktiv, indem sie selbst ein Monochord bauen, anhand dessen sie die theoretischen Informationen des Radiobeitrags erproben können.

Die Inhalte der Sequenz werden durch Ausprobieren am Musikinstrument erarbeitet. Die mathematisch-physikalischen Phänomene (Töne als Schwingungen, Intervalle und Saitenverhältnisse) werden in Verbindung mit dem Radiobeitrag aufgedeckt, indem die Inhalte auf dem Monochord selbst erforscht werden. Auf diese Weise findet eine wechselseitige Durchdringung von Theorie und Praxis statt.

Die Ergebnisse der gesamten Einheit werden übersichtlich auf Plakaten dargestellt.

<p>30 Minuten / Erarbeitung II</p>	<p>Das Monochord wird in den Kleingruppen ausprobiert.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- „Wie verändert sich der Ton, wenn ihr den Steg bewegt?“</li> <li>- Antwort: lange Saite = tiefer Ton, kurze Saite = hoher Ton</li> </ul> <p>Im Anschluss daran wird ein Auszug des Radio-Beitrags angehört.</p> <p><b>Radiobeitrag „Musik und Mathematik“</b> (bis: „... wenn man einen Teil davon nimmt gibt’s einen hohen Ton *Monochord erklingt im Hintergrund*) abspielen, die SuS hören zu.</p> <p><i>Inhalt des Radiobeitrags</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Pythagoras: hohe und tiefe Töne (beim Schmieden durch kleine und große Hämmer erzeugt) → Entwicklung eines Monochords</i></li> </ul> <p>SuS dürfen nochmals ausprobieren, wie sich der Ton verändert, wenn sie den Steg bewegen und die Saite so „aufteilen“.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- „Warum macht eine lange Saite einen tiefen Ton und eine kurze Saite einen hohen Ton?“ („Warum erklingt überhaupt ein Ton, wenn man an dem Gummiband zupft?“)</li> <li>- Antwort: große und kleine Schallwellen</li> </ul> <p>Die Auflösung erfolgt durch Hören des Audio-Beitrags.</p> <p><b>Radiobeitrag „Musik und Mathematik“</b> (bis: „...passt in eine kleine Seite gut rein“) abspielen, die SuS hören zu.</p> <p><i>Inhalt des Radiobeitrags</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Ton als Welle: je kleiner die Wellenlänge, desto höher der Ton; je größer die Wellenlänge, desto tiefer der Ton (kleine Wellenlänge „passt“ in kurze Saite, große Wellenlänge „passt“ in lange Saite)</i></li> </ul> <p>Die Entdeckung des Zusammenhangs zwischen Tonintervallen und Saitenlänge wird erklärt.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- „Die Menschen früher wussten von den Schallwellen noch nichts, aber sie haben gemessen wie lang z.B. eine lange oder eine kurze Saite ist und haben dabei etwas Wichtiges</li> </ul>	<p>SuS-Aktivität, L-S-Gespräch, Gruppenarbeit</p> <hr/> <p>Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä.</p>
--	---	---

	<p>herausgefunden.“ Gemeinsames wird das Intervall „Oktave“ (Verhältnis 1:2) ausprobiert. Die SuS werden aufgefordert, die Verhältnisse zu untersuchen.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Antwort: Einfache Zahlenverhältnisse ergeben einen „reinen, wohlklingenden“ Klang. Je komplizierter die Zahlenverhältnisse sind, desto „unreiner, schräger, schriller, aufregender“ ist der Klang.</li> </ul>	
15 Minuten / Sicherung	<p><b>Radiobeitrag „Musik und Mathematik“ (übrigen Teil)</b> abspielen, die SuS hören zu. <i>Inhalt des Radiobeitrags</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- <i>Oktave: Saitenlänge im Verhältnis 2:1</i></li> <li>- <i>reiner Klang: einfache Zahlenverhältnisse</i></li> <li>- <i>unreiner Klang: komplizierte Zahlenverhältnisse</i></li> <li>- <i>Musiktheorie = angewandte Mathematik</i></li> </ul> <p>Abschließend werden die Ergebnisse der Stunde reflektiert und eingeordnet:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- „Wir haben heute gemeinsam ein Monochord gebaut und verschiedene Klänge auf ihm ausprobiert (hohe, tiefe Töne; Intervalle bzw. verschieden Verhältnisse usw.). Was hatte das mit Mathematik zu tun?“</li> </ul> <p>Die Verbindung von Mathematik und Musik wird besprochen und auf einem weiteren Plakat festgehalten.</p>	<p><u>L-S-Gespräch, Sitzkreis</u></p> <p>Sonstiges: Audio Radiobeitrag, CD-Spieler o.ä., Plakat zur Ergebnissicherung (Erweiterung aus der ersten Sequenz)</p>
5 Minuten / Abschluss	<p>Die Lehrkraft gibt den SuS eine Rückmeldung zur Einheit und verabschiedet sich von den Kindern.</p>	<p><u>Lehrer-Vortrag, Plenum</u></p>



## Zur Gruppenarbeit

### Monochord:

#### Benötigtes Material:

- ein langer, schmaler Pappkarton\*
- ein Cuttermesser
- ein großes Gummiband
- zwei dicke Rundhölzer
- ein dünnes Rundholz
- ein Zirkel
- ein Lineal
- ein Bleistift
- Tesafilm



#### Beschreibung:

Der Deckel des Pappkartons wird mit Bleistift und Lineal in zwei Hälften geteilt. In die Mitte der einen Hälfte wird mithilfe des Zirkels ein rundes Loch gezeichnet und ausgeschnitten. Im Anschluss werden die beiden dicken Rundhölzer jeweils oben und unten an die Kanten geklebt. Sie dienen als Abstandhalter, damit das Gummiband, das mittig über die Länge des Kartons gespannt wird, frei schwingen kann.

Mit dem dünnen Rundholz lässt sich die so entstandene Saite in beliebigen Verhältnissen teilen. Dafür wird es unter das Gummiband gesteckt und dieses dann mit dem Finger auf das Rundholz gedrückt.

\* Die Kinder müssen rechtzeitig darüber informiert werden, dass für Sequenz 2 pro Kleingruppe ein Schuhkarton mitzubringen ist (sowie evtl. weiteres benötigtes Material, das nicht zur Verfügung gestellt wird).

## Literaturverzeichnis

Hempel, C. (2008): Neue Allgemeine Musiklehre. 7. Auflage. Mainz: Schott Musik Verlag.

Paderg, F.; Wartha, S. (2017): Didaktik der Bruchrechnung. 5. Auflage. Berlin: Springer Verlag.

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 1: Gorski, Markus: Der Takt. <http://www.lehrklaenge.de/PHP/Grundlagen/Takt.php> [abgerufen am 08.05.2018].

## Radiobeiträge

„Was hat Musik mit Mathematik zu tun?“ <https://www.kinderfunkkolleg-mathematik.de/themen/was-hat-musik-mit-mathematik-zu-tun>

„Musik und Mathematik“ [www.mathe-hoeren.de](http://www.mathe-hoeren.de) (Museumsführer zum Hören a. d. Mathematikum)